

**Олимпиада
Абитуриент ЧГПУ-2021
Решения задач**

Составил Григорьев Ю.В.

1. Ученикам была дана часть программы для получения частного q и остатка r при делении a на b .

```
var a, b, q, r, k: integer;
```

```
begin
```

```
  readln(a, b);
```

```
  q:=a div b;
```

```
  r:=a mod b;
```

```
  ...
```

```
  writeln(q, ' ', r);
```

```
end.
```

A	begin	G	k:=-1;
B	else	H	q:=q+1;
C	end или end;	I	q:=q+k*1;
D	if a<0 then	J	q:=q-1;
E	if b<0 then	K	r:=r+abs(b);
F	k:=1;	L	r:=r+b;

Петя, Вася, Маша и Даша составили недостающий фрагмент программы и закодировали его с помощью следующих букв (см. таблицу). У Пети получилось GDFEAIKC, у Васи – GEFDAIKC, у Маши – DEАНКСВАJLC, а Даши – DEАНLCBAJLC. Кто решил задачу верно?

1) Оба мальчика 2) Обе девочки 3) только Маша 4) Вася и Маша

Решение

Пусть **a** и **b** — целые числа, причём **b** ≠ 0. Деление с остатком **a** («делимого») на **b** («делитель») означает нахождение таких целых чисел **q** и **r**, что выполняется равенство:

$$a = b \cdot q + r$$

Таким образом, результатами деления с остатком являются два целых числа: **q** называется **неполным частным** от деления, а **r** — **остатком от деления**.

На остаток налагается дополнительное условие: $0 \leq r < |b|$.

a	b	q	r	Проверка
17	5	3	2	$17 = 5 \cdot 3 + 2$
17	-5	-3	2	$17 = -5 \cdot (-3) + 2$
-17	5	-4	3	$-17 = 5 \cdot (-4) + 3$
-17	-5	4	3	$-17 = -5 \cdot 4 + 3$

Решение Пети

```
var a, b, q, r, k: integer;      // GDFEAIKC
begin
  readln(a, b);
  q:=a div b;
  r:=a mod b;
  k:=-1;           // G
  if a<0 then // D
    k:=1;         // F
  if b<0 then // E
  begin           // A
    q:=q+k*1;    // I
    r:=r+abs(b) // K
  end;           // C
  writeln(q, ' ', r);
end.             // Неверно (Петя)
```

a	b	q	r	Проверка
17	5	3	2	$17 = 5*3 + 2$
17	-5	-4	7	$17 \neq -5*(-4) + 7$
-17	5	-3	2	$-17 \neq 5*(-3) + 2$
-17	-5	4	3	$-17 = -5*4 + 3$

Решение Васи

```
var a, b, q, r, k: integer; // GEFDAIKC
```

```
begin
```

```
  readln(a,b);
```

```
  q:=a div b;
```

```
  r:=a mod b;
```

```
  k:=-1;           // G
```

```
  if b<0 then      // E
```

```
    k:=1;          // F
```

```
  if a<0 then      // D
```

```
  begin           // A
```

```
    q:=q+k*1;      // I
```

```
    r:=r+abs(b)    // K
```

```
  end;            // C
```

```
  writeln(q,' ',r);
```

```
end.              // Верно (Вася)
```

a	b	q	r	Проверка
17	5	3	2	$17 = 5*3 + 2$
17	-5	-3	2	$17 = -5*(-3) + 2$
-17	5	-4	3	$-17 = 5*(-4) + 3$
-17	-5	4	3	$-17 = -5*4 + 3$

Решение Маши

```
var a, b, q, r, k: integer; // DEАНКСВАJLC
```

```
begin  readln(a,b);
```

```
    q:=a div b;   r:=a mod b;
```

```
    if a<0 then   // D
```

```
    if b<0 then   // E
```

```
    begin         // A
```

```
        q:=q+1;    // H
```

```
        r:=r+abs(b) // K
```

```
    end           // C
```

```
    else          // B
```

```
    begin         // A
```

```
        q:=q-1;    // J
```

```
        r:=r+b;    // L
```

```
    end;          // C
```

```
    writeln(q,' ',r);
```

```
end.              // Верно (Маша)
```

a	b	q	r	Проверка
17	5	3	2	$17 = 5 * 3 + 2$
17	-5	-3	2	$17 = -5 * (-3) + 2$
-17	5	-4	3	$-17 = 5 * (-4) + 3$
-17	-5	4	3	$-17 = -5 * 4 + 3$

Решение Даши

```
var a, b, q, r, k: integer; // DEАНКСВАJLC
```

```
begin  readln(a,b);
```

```
    q:=a div b;   r:=a mod b;
```

```
    if a<0 then   // D
```

```
    if b<0 then   // E
```

```
    begin        // A
```

```
        q:=q+1;   // H
```

```
        r:=r+abs(b) // K
```

```
    end          // C
```

```
    else         // B
```

```
    begin        // A
```

```
        q:=q-1;   // J
```

```
        r:=r+b;   // L
```

```
    end;         // C
```

```
    writeln(q,' ',r);
```

```
end. // Неверно (Даша)
```

a	b	q	r	Проверка
17	5	3	2	$17 = 5*3 + 2$
17	-5	-3	2	$17 = -5*(-3) + 2$
-17	5	-4	3	$-17 = 5*(-4) + 3$
-17	-5	4	-7	$-17 \neq -5*4 + (-7)$

Ответ: 4) Вася и Маша

2. В некоторой системе счисления $1A+2B=49$. Определите основание этой системы счисления и укажите количество простых делителей этого основания в 10-й системе счисления.

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение

Пусть x – основание системы счисления. Тогда данное равенство можно представить в виде уравнения

$$(1 \cdot x + 10) + (2 \cdot x + 11) = 4 \cdot x + 9$$

$$3 \cdot x + 21 = 4 \cdot x + 9$$

$$x = 12$$

Делителями числа 12 являются числа 2, 3, 4, 6, 12. Простыми являются 2 и 3, их количество 2.

Ответ: 2) 2

3. Даны три слова «КОМПЬЮТЕР», «НОУТБУК» И «СМАРТФОН».

Для каждого слова составьте множество неповторяющихся букв К, Н, С. Определите меньше по мощности множество (& - пересечение, | - объединение множеств).

1) $(H \mid K) \& C$

3) $(C \mid K) \& H$

2) $(H \mid C) \& K$

4) $(C \& K) \mid (H \& C)$

Решение

$$K = \{ K, O, M, P, Ъ, Ю, T, E, P \} = \{ E, K, M, O, P, T, Ъ, Ю \}$$

$$H = \{ H, O, Y, T, B, K \} = \{ B, K, H, O, T, Y \}$$

$$C = \{ C, M, A, P, T, F, O, H \} = \{ A, M, H, O, P, C, T, F \}$$

Найдем мощность для **1 варианта** $(H \mid K) \& C$

$$H \mid K = \{ A, B, K, M, H, O, P, T, Y, F \}$$

$$(H \mid K) \& C = \{ A, M, H, O, P, T, F \} \text{ — мощность равна 7-ми.}$$

$K = \{ K, O, M, П, Ъ, Ю, Т, Е, Р \} = \{ E, K, M, O, П, Р, Т, Ъ, Ю \}$

$H = \{ H, O, У, Т, Б, К \} = \{ Б, К, H, O, Т, У \}$

$C = \{ C, M, A, P, T, Ф, O, H \} = \{ A, M, H, O, P, C, T, Ф \}$

Найдем мощность для **2 варианта** $(H \mid C) \& K$

$H \mid C = \{ A, Б, К, M, H, O, P, C, Т, У, Ф \}$

$(H \mid C) \& K = \{ K, M, O, P, Т \}$ – мощность равна 5-ти.

Найдем мощность для **3 варианта** $(C \mid K) \& H$

$C \mid K = \{ A, E, K, M, H, O, П, P, C, Т, Ъ, Ф, Ю \}$

$(C \mid K) \& H = \{ K, H, O, Т \}$ – мощность равна 4-м.

Найдем мощность для **4 варианта** $(C \& K) \mid (H \& C)$

$C \& K = \{ M, O, P, Т \}, H \& C = \{ H, O, Т \},$

$(C \& K) \mid (H \& C) = \{ M, H, O, P, Т \}$ – мощность равна 5-ти.

Ответ: 3) $(C \mid K) \& H$

4. Старший брат Миша написал программу, которая по натуральному числу X и цифре Y определяет содержится ли цифра Y в числе X . Когда Миша отвлекся младший, брат Дима поменял местами строки программы. Укажите минимальное количество обменов строк программы, которые необходимо поменять местами, чтобы программа работала верно.

При каждом обмене меняются местами две строки программы.

<pre>var x, a, f: byte; d, y: longint; begin read(x); read(y); f:=-1; a:=x;</pre>	<pre>while a>0 do begin a:=a div 10; d:=a mod 10; if y=f then f:=y; end;</pre>	<pre>if d=y then write('YES') else write('NO'); end.</pre>
---	---	--

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение

Запуск исходной программы с данными 1234 и 2 выдает ошибку «Выход за границы диапазона byte».

Значит, надо поменять местами строки **:long;** и **:byte;** После такого обмена программы с данными 1234 и 2 выдает **NO**.

Следующий обмен строк **a:=a div 10;** и **d:=a mod 10;** После такого обмена программы с данными 1234 и 2 выдает **NO**.

Следующий обмен строк **if y=f then** и **if d=y then** После такого обмена программы с данными 1234 и 2 выдает **YES**. Для данных 1234 и 1, 1234 и 4 программы выдает **YES**, а для 1234 и 5 – выведет **NO**. **Верно.**

Ответ: 3) 3

5. Дана часть программы, которая определяет, начинается ли натуральное число X на цифру Y . Используя буквенные обозначения строк программы, укажите, сколько из закодированных фрагментов программы BFAC, IKE, HKE, EGD верно решают поставленную задачу.

```
begin
  read(x);
  read(y);
  ...
  if d=y then
    write(X, ' начинается на ', Y)
  else
    write(X, ' не начинается на ', Y);
end.
```

A	$a := a \text{ div } 10;$	F	while $a > 9$ do
B	$a := x;$	G	while $d > 9$ do
C	$d := a;$	H	while $x > 0$ do
D	$d := d \text{ div } 10;$	I	while $x > 9$ do
E	$d := x;$	K	$x := x \text{ div } 10;$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение

```
var // BFAC
    x, y, d, a: longint;
begin
    read(x);
    read(y);

    a:=x;           // B
    while a>9 do    // F
        a:=a div 10; // A
    d:=a;           // C

    if d=y then
        write(X, ' начинается на ', Y)
    else
        write(X, ' не начинается на ', Y);
end.
```

Верно

Решение

```
var // IKE
    x, y, d, a: longint;
begin
    read(x);
    read(y);

    while x>9 do    // I
        x:=x div 10; // K
    d:=x;           // E

    if d=y then
        write(X, ' начинается на ', Y)
    else
        write(X, ' не начинается на ', Y);
end.
```

Верно

Решение

```
var // HKE
    x, y, d, a: longint;
begin
    read(x);
    read(y);

    while x>0 do    // H
        x:=x div 10; // K
        d:=x;        // E

    if d=y then
        write(X, ' начинается на ', Y)
    else
        write(X, ' не начинается на ', Y);
end.
```

Неверно

Решение

```
var // EGD
    x, y, d, a: longint;
begin
    read(x);
    read(y);
    d:=x;           // E
    while d>9 do    // G
        d:=d div 10 // D
    if d=y then
        write(X, ' начинается на ', Y)
    else
        write(X, ' не начинается на ', Y);
end.
```

Верно

Ответ: 3) 3

6. Учитель информатики заметил, что в списке учеников (30 человек) фамилии мальчиков и девочек чередуются. Фамилии мальчиков находятся на нечетном месте, а фамилии девочек – на четном. Для опроса мальчиков учитель с помощью генератора случайных чисел выбирает номер ученика (N). Какой оператор надо написать учителя?

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| 1) $N := 2 * \text{random}(15) + 1;$ | 3) $N := \text{random}(15) + 1;$ |
| 2) $N := 2 * \text{random}(30) + 1;$ | 4) $N := \text{random}(29) + 1;$ |

Решение

Функция $\text{random}(n)$ генерирует целые числа от 0 до $n-1$.

Функция $\text{random}(15)$ генерирует целые числа от 0 до 14.

Функция $\text{random}(30)$ генерирует целые числа от 0 до 29, а

функция $\text{random}(29)$ генерирует целые числа от 0 до 28.

Последние две функции не подходят, так как $\text{random}(15)+1$ генерирует числа от 1 до 15, а $\text{random}(29)+1$ – от 1 до 29.

Решение (продолжение)

Рассмотрим первые два выражения

1) $N := 2 * \text{random}(15) + 1;$

2) $N := 2 * \text{random}(30) + 1;$

Решение

Выражение $2 * \text{random}(15)$ генерирует четные числа от 0 до 28.

Выражение $2 * \text{random}(30)$ генерирует целые числа от 0 до 58.

Добавив к выражения 1, получим что

выражение $2 * \text{random}(15) + 1$ генерирует нечетные числа от 1 до 29,

а выражение $2 * \text{random}(30) + 1$ генерирует нечетные числа от 1 до 59.

Ответ: 1) $N := 2 * \text{random}(15) + 1;$

7. Учитель информатики заметил, что в списке учеников фамилии мальчиков и девочек чередуются. Фамилии мальчиков находятся на нечетном месте, а фамилии девочек – на четном. Сегодня он хочет опросить мальчика, который стоит за опрошенным учеником на прошлом уроке, фамилия которого под номером K (мальчик или девочка). Какой оператор надо написать учителю для вычисления?

- | | |
|---|---|
| 1) $N := 2 * (K \text{ div } 2 + K \bmod 2) + 1;$ | 3) $N := 2 * (K \text{ div } 2) + (K \bmod 2) + 1;$ |
| 2) $N := 2 * (K \text{ div } 2 + 2) + 1;$ | 4) $N := 2 * (K \text{ div } 2) + 1;$ |

Решение

По условию задачи необходимо найти следующее за K нечетное число, то есть **N должно быть равно $K+2$, если K – нечетно или $K+1$, если K – четно.** Если $K = 1$, то $N = 3$, а если $K = 2$, то $N = 3$.

Подставим в 1-й вариант ответа (**$2 * (K \text{ div } 2 + K \bmod 2) + 1$**) $K=1$ и $K=2$

$$N = 2 * (1 \text{ div } 2 + 1 \bmod 2) + 1 = 2 * (0 + 1) + 1 = 2 * 1 + 1 = 3 \text{ (верно).}$$

$$N = 2 * (2 \text{ div } 2 + 2 \bmod 2) + 1 = 2 * (1 + 0) + 1 = 2 * 1 + 1 = 3 \text{ (верно).}$$

Подставим в 2-й вариант ответа $(2*(K \text{ div } 2)+1)$ $K=1$ и $K=2$

$$N = 2*(1 \text{ div } 2)+1 = 2*(0+2)+1 = 5 \text{ (неверно)}.$$

$$N = 2*(2 \text{ div } 2)+1 = 2*(1+2)+1 = 7 \text{ (неверно)}.$$

Подставим в 3-й вариант ответа $(2*(K \text{ div } 2)+(K \text{ mod } 2)+1)$ $K=1$ и $K=2$

$$N = 2*(1 \text{ div } 2)+(1 \text{ mod } 2)+1 = 2*0+0+1 = 1 \text{ (неверно)}.$$

$$N = 2*(2 \text{ div } 2)+(2 \text{ mod } 2)+1 = 2*1+0+1 = 3 \text{ (верно)}.$$

Подставим в 4-й вариант ответа $(2*(K \text{ div } 2)+1)$ $K=1$ и $K=2$

$$N = 2*(1 \text{ div } 2)+1 = 2*0+1 = 1 \text{ (неверно)}.$$

$$N = 2*(2 \text{ div } 2)+1 = 2*1+1 = 3 \text{ (верно)}.$$

Ответ: 1) $N:=2*(K \text{ div } 2+K \text{ mod } 2)+1$.

8. Дан фрагмент программы для вычисления суммы нечетных цифр S натурального числа N . Если $N=12345$, то $S=9$.

$S:=0$;

while $N>0$ do begin

$D:=...$;

$S:=S+D$; $N:=N \text{ div } 10$;

end;

Сколько из предложенных выражений

$(N \bmod 10) * (N \bmod 10 \bmod 2)$

$(N \bmod 2) * (N \bmod 10 \bmod 10)$

$(N \bmod 10) * (N \bmod 2 \bmod 10)$

$(N \bmod 10) * (N \bmod 10 \bmod 10)$

подставив которые вместо многоточия позволит верно найти сумму?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение

Для поиска заданной суммы необходимо, чтобы для нечетной цифры переменная D равнялась этой цифре, а для четной цифры $D=0$. Так для числа $N=12345$, сумма будет $S = 5+0+3+0+1 = 9$.

Возьмем одну нечетную цифру $N=1$ и одну четную цифру $N=2$.

Подставим в выражение $(N \bmod 10) * (N \bmod 10 \bmod 2)$ $N=1$ и $N=2$.

Если $N=1$, то $(1 \bmod 10) * (1 \bmod 10 \bmod 2) = 1 * (1 \bmod 2) = 1 * 1 = 1$.

Если $N=2$, то $(2 \bmod 10) * (2 \bmod 10 \bmod 2) = 2 * (2 \bmod 2) = 2 * 0 = 0$.

Верно

Подставим в выражение $(N \bmod 2) * (N \bmod 10 \bmod 10)$ $N=1$ и $N=2$.

Если $N=1$, то $(1 \bmod 2) * (1 \bmod 10 \bmod 10) = 1 * (1 \bmod 10) = 1 * 1 = 1$.

Если $N=2$, то $(2 \bmod 2) * (2 \bmod 10 \bmod 10) = 0 * (2 \bmod 10) = 0$.

Верно

Решение (продолжение)

Подставим в выражение $(N \bmod 10) * (N \bmod 2 \bmod 10)$ $N=1$ и $N=2$.

Если $N=1$, то $(1 \bmod 10) * (1 \bmod 2 \bmod 10) = 1 * (1 \bmod 10) = 1 * 1 = 1$.

Если $N=2$, то $(2 \bmod 10) * (2 \bmod 2 \bmod 10) = 2 * (0 \bmod 10) = 2 * 0 = 0$.

Верно

Подставим в выражение $(N \bmod 10) * (N \bmod 10 \bmod 10)$ $N=1$ и $N=2$.

Если $N=1$, то $(1 \bmod 10) * (1 \bmod 10 \bmod 10) = 1 * (1 \bmod 10) = 1 * 1 = 1$.

Если $N=2$, то $(2 \bmod 10) * (2 \bmod 10 \bmod 10) = 2 * (2 \bmod 10) = 2 * 2 = 4$.

Неверно

Ответ: 3) 3

9. Дан фрагмент программы для вычисления суммы квадратов цифр S натурального числа N . Если $N=1234$, то $S=30$.

$S:=0$;

while $N>0$ do begin

$D:=\dots$;

$S:=s+D$; $N:=N \text{ div } 10$;

end;

Сколько из предложенных выражений

$(N \bmod 10) * (N \bmod 10 \bmod 2)$

$(N \bmod 2) * (N \bmod 10 \bmod 10)$

$(N \bmod 10) * (N \bmod 2 \bmod 10)$

$(N \bmod 10) * (N \bmod 10 \bmod 10)$,

подставив которые вместо многоточия позволит верно найти данную сумму?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение

Для поиска заданной суммы необходимо, чтобы для любой цифры D к сумме прибавлялось D^2 .

Так для числа $N=1234$, сумма будет $S = 16+9+4+1 = 30$.

Выполнил проверку для нечетной и четной цифр. Возьмем одну нечетную цифру $N=3$ и одну четную цифру $N=4$.

Подставим в выражение $(N \bmod 10) * (N \bmod 10 \bmod 2)$ $N=3$ и $N=4$.

Если $N=3$, то $(3 \bmod 10) * (3 \bmod 10 \bmod 2) = 3 * (3 \bmod 2) = 3 * 1 = 3$.

Если $N=4$, то $(4 \bmod 10) * (4 \bmod 10 \bmod 2) = 4 * (4 \bmod 2) = 4 * 0 = 0$.

Неверно

Подставим в выражение $(N \bmod 2) * (N \bmod 10 \bmod 10)$ $N=3$ и $N=4$.

Если $N=3$, то $(3 \bmod 2) * (3 \bmod 10 \bmod 10) = 1 * (3 \bmod 10) = 1 * 3 = 3$.

Если $N=4$, то $(4 \bmod 2) * (4 \bmod 10 \bmod 10) = 0 * (4 \bmod 10) = 0$.

Неверно

Решение (продолжение)

Подставим в выражение $(N \bmod 10) * (N \bmod 2 \bmod 10)$ $N=3$ и $N=4$.

Если $N=3$, то $(3 \bmod 10) * (3 \bmod 2 \bmod 10) = 3 * (1 \bmod 10) = 3 * 1 = 3$.

Если $N=4$, то $(4 \bmod 10) * (4 \bmod 2 \bmod 10) = 4 * (0 \bmod 10) = 4 * 0 = 0$.

Неверно

Подставим в выражение $(N \bmod 10) * (N \bmod 10 \bmod 10)$ $N=3$ и $N=4$.

Если $N=3$, то $(3 \bmod 10) * (3 \bmod 10 \bmod 10) = 3 * (3 \bmod 10) = 3 * 3 = 9$.

Если $N=4$, то $(4 \bmod 10) * (4 \bmod 10 \bmod 10) = 4 * (4 \bmod 10) = 4 * 4 = 16$.

Верно

Верно всего одно выражение.

Ответ: 1) 1

10. Дано следующее поле. Два робота находятся в клетках A2 и B1. За один ход робот может перемещаться на одну клетку по горизонтали или вертикали. По условию игры робот должен первым переместиться из своей клетки в клетку F6. Выберите верные утверждения, что игроки будут действовать оптимальным образом.

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5						
6						

а) выигрывает тот робот,

кто ходит первым

б) выигрывает тот робот,

кто ходит вторым

в) для выигрыша робот

сделает 8 ходов

г) для выигрыша робот сделает 9 ходов

д) для выигрыша робот сделает 10 ходов

Сколько верных утверждений?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение

При передвижении у каждого робота есть вариант хода, при котором они не мешают друг другу.

Робот из клетки A2 достигнет финиша за 9 ходов, например, A3, B3, B4, B5, B6, C6, D6, E6, F6.

Робот из клетки B1 достигнет финиша за 9 ходов, например, C1, D1, D2, E2, E3, E4, E5, E6, F6.

Верны утверждения

а) выигрывает тот робот,

кто ходит первым

г) для выигрыша робот сделает

9 ходов

Ответ: 2) 2

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5						
6						

11. Даны целое число X и цифра Y (от 0 до 9) в десятичной системе счисления. Укажите сколько из приведенных ниже логических выражений, записанных на Pascal, истины для высказывания «число X оканчивается на цифру Y ».

$$X \bmod 10 = Y$$

$$\text{abs}(X) \bmod 10 = Y$$

$$X \operatorname{div} 10 = Y$$

$$\text{abs}(X) \operatorname{div} 10 = Y$$

$$X \bmod 10 = Y$$

$$\text{abs}(X \bmod 10) = Y$$

1) 1 2) 2* 3) 3 4) 4

Решение

Функция **div** возвращает целую часть от деления, поэтому варианты с **div** можно не рассматривать.

Функция **mod** возвращает «остаток» от деления. Причем для отрицательного числа «остаток» отрицательный или равный нулю, поэтому необходимо этот остаток брать по модулю. Таким образом остаются два варианта: $\text{abs}(X) \bmod 10 = Y$ и $\text{abs}(X \bmod 10) = Y$

Ответ: 2) 2.